

Formelsammlung: Mathematik

Grundrechenregeln:

Kommutativgesetz

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Distributivgesetz

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Assoziativgesetz

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Punktrechnung vor Strichrechnung

$$a + b \cdot c$$

Potenzrechnung:

Addition $a^b + a^b = 2a^b$

Subtraktion $a^b - a^b = 0$

Multiplikation $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$

$$a^b \cdot c^b = (a \cdot c)^b$$

Division $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$ $\frac{1}{a} = a^{-1}$ $\frac{a^b}{c^b} = \left(\frac{a}{c}\right)^b$

Wurzel als Potenz $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{n}{n}} = a$ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Binome:

Potenzieren von Summen

erstes „Binomisches Gesetz“: $(a + b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)$

zweites „Binomisches Gesetz“: $(a - b)^2 = (a^2 - 2ab + b^2)$

drittes „Binomisches Gesetz“:
alternative binomische Formel $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Ebenfalls wie bekannte Binome ist folgende Formel sehr nützlich

$$(A + X)(A + Y) = A^2 + \underbrace{(X + Y)}_{\text{Summe}} A + \underbrace{XY}_{\text{Produkt}}$$

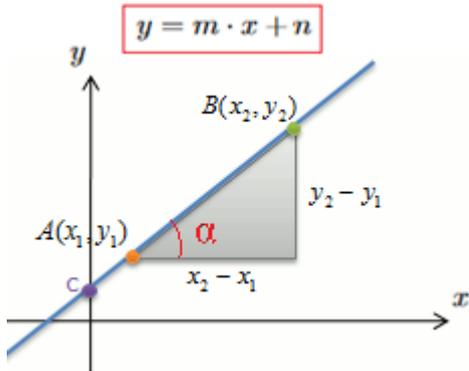
Exponentiellem Wachstum bzw. Zerfall

Für alle regelmässige konstante Wachstumsvorgänge verwendbar(wie z.B. Zinseszins, Bevölkerungswachstum, etc.)

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

- K_n = Endwert
- K_0 = Anfangswert
- p = Wachstumsrate (%)
- n = Laufzeit (meist Jahre)

Lineare Funktionen

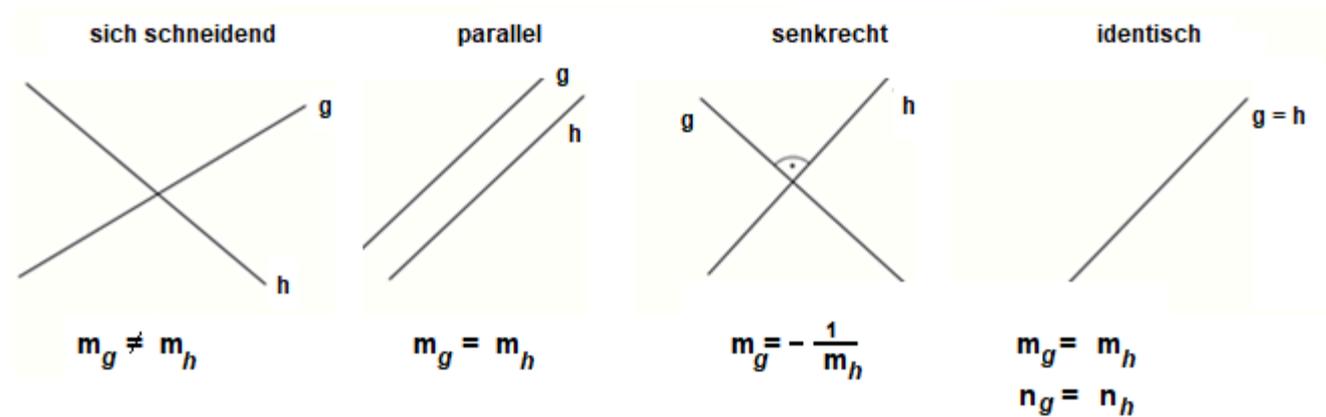


$m = \text{Steigung} = \tan(\alpha)$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

$n = \text{y-Achsenabschnitt}$
(wo die Gerade die y-Achse schneidet)

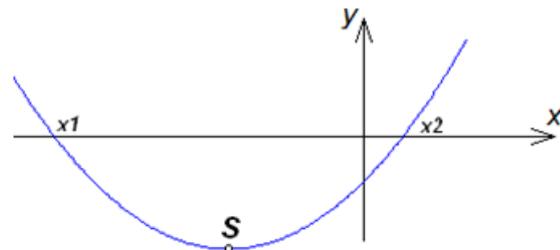
Verschiedene Lagen von Geraden in der Ebene (2D)



Quadratische Funktionen

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Nullstellen



Scheitelkoordinaten für die allgemeine quadratische Funktion

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$S\left(-\frac{b}{2a} \mid c - \frac{b^2}{4a}\right)$$

Scheitelkoordinaten für die quadratische Funktionen in Normalform

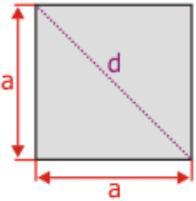
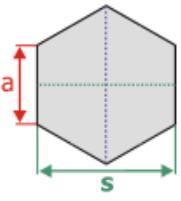
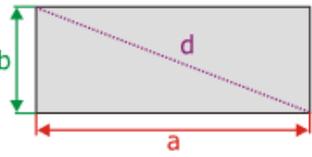
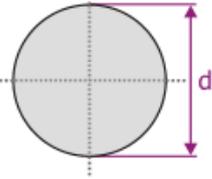
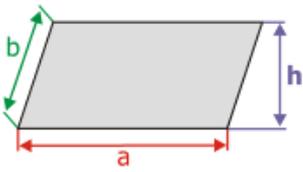
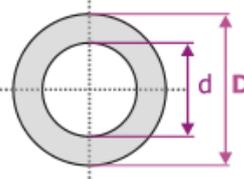
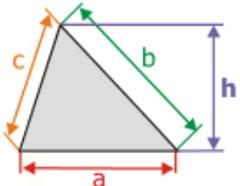
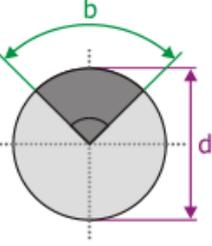
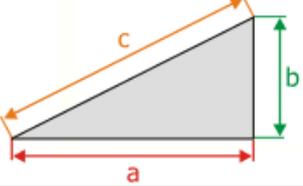
$$y = x^2 + px + c$$

$$S\left(-\frac{p}{2} \mid -\frac{p^2}{4} + c\right)$$

Scheitelform einer quadratische Funktion: $y = (x - d)^2 + c$

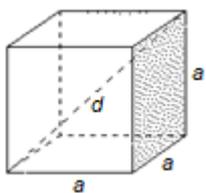
$$S(d \mid c)$$

Flächen

<p>Quadrat</p>  <p> $A = a^2$ $d = a \cdot 1,414$ $u = 4a$ </p>	<p>Reguläres Sechseck</p>  <p> $s = a\sqrt{3}$ $= a \cdot 1,732$ $A = \frac{3a^2}{2} \cdot \sqrt{3}$ </p>
<p>Rechteck</p>  <p> $A = a \cdot b$ $a = A / b$ $b = A / a$ $u = 2 \cdot (a + b)$ $a = u / 2 - b$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ </p>	<p>Kreis</p>  <p> $u = d \cdot \pi$ $d = \frac{u}{\pi}$ $A = \frac{d^2 \pi}{4}$ </p>
<p>Parallelogramm</p>  <p> $A = a \cdot h$ $a = A / h$ $h = A / a$ $u = 2 \cdot (a + b)$ $a = u / 2 - b$ </p>	<p>Kreisring</p>  <p> $A = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$ $D = \sqrt{\frac{4A}{\pi} + d^2}$ $d = \sqrt{D^2 - \frac{4A}{\pi}}$ </p>
<p>Dreieck</p>  <p> $A = a \cdot h / 2$ $a = 2A / h$ $h = 2A / a$ $u = a + b + c$ $a = u - (b + c)$ </p>	<p>Kreisausschnitt (Sektor)</p>  <p> $b = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$ $A = \frac{b \cdot d}{4}$ $d = \frac{4 \cdot A}{b}$ $d = \frac{360 \cdot b}{\pi \cdot \alpha}$ </p>
<p>Rechtwinkliges Dreieck (Pythagoras)</p>  <p> $c^2 = a^2 + b^2$ $b^2 = c^2 - a^2$ $a^2 = c^2 - b^2$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ </p>	<p>Quelle: www.lernen-mit-spass.ch</p>

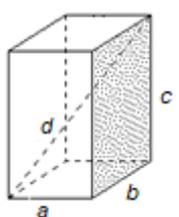
Körper

Würfel



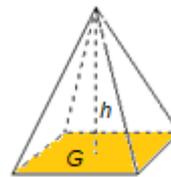
$O = 6 \cdot a^2$
 $V = a^3$

Quader



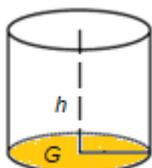
$O = 2(ab + bc + ca)$
 $V = a \cdot b \cdot c$

Pyramide



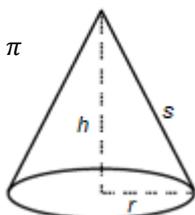
$O = G + M$
 $V = \frac{G \cdot h}{3}$

Zylinder



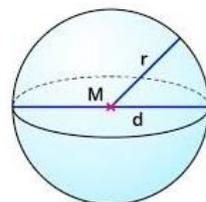
$O = 2 \cdot G + 2r\pi$
 $V = r^2 \pi h$

Kegel



$O = r^2 \pi + r \pi s$
 $V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

Kugel



$O = 4r^2 \pi$
 $V = \frac{4r^3}{3} \cdot \pi$

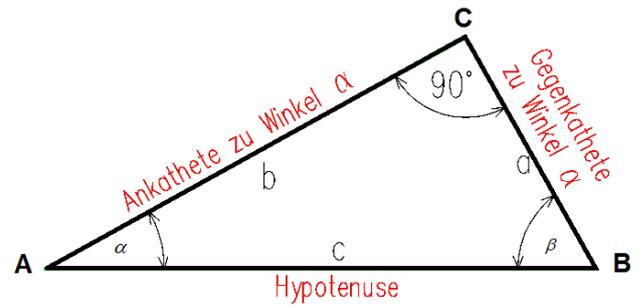
Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c} = \cos \beta$$

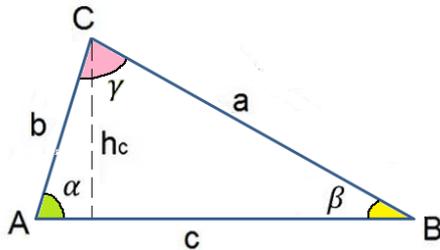
$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b} = \cot \beta$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Gegenkathete von } \alpha} = \frac{b}{a} = \tan \beta$$



Sinussatz



$$\sin \alpha = \frac{h_c}{b} \quad \sin \beta = \frac{h_c}{a}$$

$$h_c = \sin \alpha \cdot b \quad h_c = \sin \beta \cdot a$$

$$\sin \alpha \cdot b = \sin \beta \cdot a$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

Gilt in allen Dreiecken!